Mathematisches Denken im Physikunterricht

CHRISTINA MEIRINGER
CHRISTINA.MEIRINGER@STUD.SBG.AC.AT

Zusammenfassung

Die Physik, wie wir sie heute kennen, wäre ohne die Mathematik nicht mehr vorstellbar. Mathematisches Denken im Physikunterricht spiegelt daher einen Teil der Philosophie der Physik wieder. Doch führen klassische Schulaufgaben zum besseren Verständnis von Physik? Kern dieses Artikels ist die Analyse klassischer Schulbuchaufgaben, sowie Aufgaben von digitalen Lernumgebungen und die Beurteilung ihres Mehrwerts für den Physikunterricht. Es werden zudem alternative Aufgabenformate vorgestellt. Dabei wird stark auf Modellierungskreisläufe eingegangen. Zu Beginn wird kurz die historische und gegenwärtige Bedeutung der Mathematik im Physikunterricht betrachtet. Abschließend wird das österreichische Kompetenzmodell für Physik vorgestellt und erklärt. Es wird diskutiert wie die „neuen“ Aufgabenformate in dieses, einbettet werden könnten.

1 Einleitung

Die Separation der beiden Unterrichtsfächer Physik und Mathematik kann für Schülerinnen und Schüler ein Hindernis darstellen, sodass sie erlerntes Wissen aus dem jeweils anderen Fach nicht übertragen können. In diesen Schulfächern gibt es einige Überschneidungen, in denen einerseits physikalische Anwendungen die Notwendigkeit der erlernten mathematischen Methoden unterstreichen und andererseits mathematische Verfahren als Hilfsmittel zum Verstehen physikalischer Zusammenhänge genutzt werden können. Einige Beispiele für Überschneidungen wären:

- Kinematik – Differenzen- und Differentialquotient
- Kräfte – Vektorrechnung
- Arbeit – Integralrechnung
- Schwingungen – Trigonometrische Funktionen
- Radioaktiver Zerfall – Exponentialfunktion
- Elektrische und mechanische Schwingungen – Differentialgleichungen

Es wäre daher sehr naheliegend die mathematischen Denkweisen auch im Physikunterricht zu nutzen und zu fördern.

2 Funktionen der Mathematik in der Physik

Die Mathematik ermöglicht physikalische Prozesse und Zusammenhänge zu beschreiben. Eigenschaften können durch sie quantifiziert werden. Die Mathematik hat auch eine kommunikative Funktion in der Physik. Vor allem aber hilft uns die Mathematik physikalische Erkenntnis zu strukturieren. Die Mathematisierung wird genutzt, um Analogien zwischen ähnlichen Systemen zu finden. Viele physikalische Fälle weisen die gleiche mathematische Struktur auf. Besonders in der Quantenmechanik können aufgrund von Berechnung physikalische Zusammenhänge und Eigenschaften entdeckt werden, die vorher noch nicht bekannt waren. Einstein ging sogar noch einen Schritt weiter und war der Meinung, dass die Mathematisierung der Physik zum besseren Verständnis der Naturerscheinungen und zur Erlangung physikalischer Erkenntnis führt. (vgl. Uhden, 2012)

3 Geschichtliche Betrachtung des Einflusses der Mathematik

Im 18. Jahrhundert war es keine Selbstverständlichkeit, dass die angewandte Mathematik und die Physik Gemeinsamkeiten aufweisen. Im Physikunterricht spielte das mathematische Denken kaum eine Rolle. Der Physikunterricht sollte eine Weltanschauung vermitteln und die angewandte Mathematik zielte auf ingenieurwissenschaftliche Kenntnisse ab. Es war aber den meisten bewusst, dass die Mathematisierung ein wesentliches Element der Physik ist. Weitere Gründe für die strenge Trennung waren einerseits die nötigen mathematischen Grundlagen der Studierenden und andererseits die Professionalität der Lehrenden in Bezug auf die Mathematik. Die Mathematik war besonders bei philosophisch geschulten Professoren und Professorinnen gefürchtet. Es gab anschließend mehrere Versuche die beiden Fachgebiete zu vereinen. Ein weiterer Schritt wurde von den Physikern und Physikerinnen in Frankreich getätigt. Frankreich war zu dieser Zeit der Vorreiter der mathematischen Physik und prägte das Wissenschaftsbild der deutschen Physiker und Physikerinnen. Bereits im mathematisierten Physikunterricht haben die Lehrenden erkannt, dass das Auswendiglernen und die Anwendung physikalischer Formeln wenig zum Verständnis und zur Philosophie der Physik beiträgt. (vgl. Lind, 1992)

4 Einfluss der Mathematik im Physikunterricht

„Mathematisierung als spezifische physikalische Arbeitsweise bedeutet das Durchlaufen verschiedener Stufen zunehmender Abstraktion von der Gegenstandsebene über bildliche, sprachliche und symbolische Ebenen zur formal-mathematischen Ebene." (Bundesministerium für Bildung, 2017)

Die Mathematisierung der Physik ist im Lehrplan der AHS-Oberstufe wiederzufinden und somit Bestandteil des Unterrichts. Im Gegensatz dazu steht im Lehrplan der HTL/Elektronik-Technische Informatik leidlich geschrieben, dass Schülerinnen und Schüler physikalische Sachverhalte mathematisch beschreiben und mathematische Modelle entsprechend anwenden können. (vgl. HTL, 2015)

Im Zuge der Diplomarbeit von Diewald an der Universität Salzburg wurden Lehrpersonen über ihren Einsatz von mathematischen Elementen und ihre Meinung zur Mathematik in der Physik befragt. Die Befragung zeigte, dass Physiklehrerinnen und Physiklehrer den Nutzen der mathematischen Elemente sehen und diese auch einsetzten. Dabei sind wichtige Methoden die Verwendung und der Umgang mit Formeln und Einheiten. Auch grafische Darstellungsarten werden genutzt. Bei Experimenten werden Methoden der Statistik, wie etwa die Berechnung des arithmetischen Mittels, verwendet. Zudem werden die Interpretation von mathematischen Modellen und die Herleitung von Formeln als wichtige mathematische Methoden angesehen. Die Lehrpersonen stellen laut der Befragung nicht die Mathematik im Physikunterricht infrage, sondern vielmehr den Schwierigkeitsgrad. Die Frage nach dem passenden Schwierigkeitsgrad ist nicht einfach zu beantworten, da mehrere Faktoren miteinfließen können. Einerseits hängt es von der didaktischen Kompetenz der Lehrpersonen und andererseits von der Bereitschaft der Schülerinnen und Schüler, die mathematischen Methoden im Physikunterricht verstehen zu wollen, ab. Ein weiteres Problem stellt die zeitliche Abstimmung der Lehrpläne von Mathematik und Physik dar. In der Physik wird die Differentialrechnung schon zu Beginn der Oberstufe benötigt, wohingegen diese erst in der Mitte oder gar am Ende der Oberstufe gelehrt wird. Daher wäre eine Abstimmung der Lehrpläne der beiden Unterrichtsfächer von Vorteil. Schülerinnen und Schüler sind eher bereit eine Thematik anzunehmen und zu erlernen, wenn der Alltagsbezug hergestellt werden kann oder Anwendungsbeispiele gegeben werden. Diese Annahme stellt einen weiteren Grund für die Abstimmung des Mathematik- und Physikunterrichts dar. Diewald weißt noch einmal darauf hin, wie wichtig es ist von formalen Aufgaben, welche einen schematischen Lösungsweg erfordern, wegzugehen und alltagsbezogene Aufgaben einfließen zu lassen. (vgl. Diewald, 2017)

Auch Uhden vertritt die Meinung, dass Mathematik im Physikunterricht unerlässlich ist und geht besonders darauf ein, dass Schülerinnen und Schüler Probleme beim Verbinden der beiden Wissenschaften haben. (vgl. Uhden, 2012)

5 Mathematisierung im Physikunterricht

Im Nachfolgenden werden zwei verschiedene Modelle von Modellierungskreisläufen näher erläutert.

5.1 Mathematisches und physikalisches Modell

Nach Uhden beinhaltet ein physikalisches Modell die Menge der Aussagen eines vereinfachten und idealisierten physikalischen Systems. Wohingegen das mathematische Modell die Struktur des Formalismus wiederspiegelt und keine physikalischen Inhalte wiedergibt. Es macht daher keinen Sinn beide Modelle streng voneinander zu trennen, da physikalische Eigenschaften bereits mathematisiert wurden. Begriffe wie Geschwindigkeit und Beschleunigung sind bereits mathematisierte Begriffe, da es sich um Änderungsraten handelt. (vgl. Uhden, 2012)

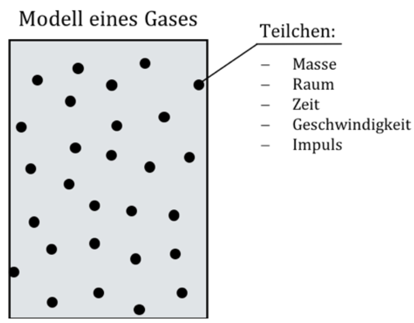

Abb. 1 – Modell eines Gases

Als weiteres Anschauungsbeispiel kann das Modell eines Gases (siehe Abb. 1) verwendet werden. Wenn die Moleküle im Gas als kleine Bälle betrachtete werden, können ihnen Eigenschaften, wie Masse, Raum, Zeit, Geschwindigkeit und Impuls zugeteilt werden. Diese physikalischen Begriffe lassen sich demnach mit Hilfe der Mathematik quantifizieren. (vgl. Uhden, 2012)

5.2 Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß

Die Abbildung 2 zeigt den Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß. Dieses Schema spiegelt die einzelnen Prozesse, welche die Schülerinnen und Schüler im Zuge einer Modellierungsaufgabe durchschreiten müssen, wieder. Der Kreislauf bietet auch eine Hilfestellung für Lehrerinnen und Lehrer, um mögliche Probleme der Schüler und Schülerinnen bereits in der Planung mathematischer Modellierungen aufzuzeigen. (vgl. Hinrichs, 2008)

Zu Beginn muss ermittelt werden, worin das eigentliche Problem besteht. Informationen, welche nicht für die Bearbeitung des Problems benötigt werden, sind auszusortieren. Es wird ein vereinfachtes reales Modell entwickelt, wo eventuell fehlende Daten beschafft oder gegebenenfalls Abschätzungen vorgenommen werden müssen. Anschließend werden die Beziehungen in mathematische Aussagen übersetzt. Die Lösung erfolgt nur rein durch mathematische Hilfsmittel. Die gefundene Lösung wird interpretiert und überprüft. (vgl. Strater, Dautfest, 2012)

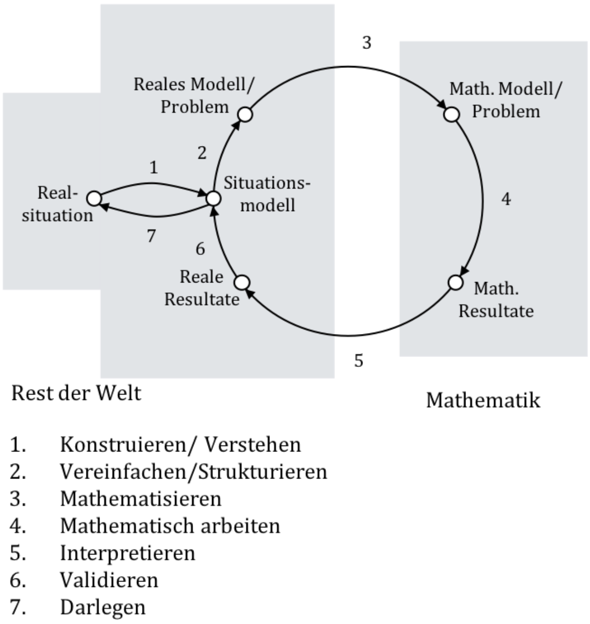

Abb. 2 – Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (vgl. Strater, Dautfest, 2012)

Laut Uhden ist aber genau diese Trennung in ein physikalisches und mathematisches Modell nicht ausreichend und schränkt die Denkweise der Schülerinnen und Schüler ein. Es wird nicht unterschieden, welchen Grad die Mathematisierung hat. Ein Beispiel zur Veranschaulichung: Zwei physikalische Größen sind proportional zueinander. Die Schülerinnen und Schüler diskutieren und kommen auf folgende Formulierungen:

- Je größer *A*, desto größer *B.*
- $A \sim B$
- $A = const \cdot B$

Beim Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß können zwar alle drei Formulierungen zum Mathematisierungsprozess eingeordnet werden, aber eine Differenzierung zwischen den Aussagen wäre nicht möglich. (vgl. Uhden, 2012)

5.3 Physikalisches Mathematisierungsmodell nach Uhden

Dieses Modell stellt eine enge Verflechtung zwischen Physik und Mathematik dar und es lassen sich Prozesse des mathematischen-physikalischen Denkens beschreiben. Dabei werden die mathematische Arbeit und das qualitative physikalische Verständnis nicht vernachlässigt. Daher gibt es eine gemeinsame Ebene, wo die Mathematik und die Physik nicht voneinander getrennt werden. Dieses Modell bietet eine gute Hilfestellung für Lehrerinnen und Lehrer, um Aufgaben auf ihren mathematischen und physikalischen Gehalt zu prüfen. Es wird besonders der Mathematisierungsgrad in den Vordergrund gehoben. An dem Beispiel aus Abschnitt 5.2 kann nachvollzogen werden, dass zwischen den Aussagen $A \sim B$ und $A = const \cdot B$ bereits ein anderer Grad der Mathematisierung vorliegt. Abbildung 3 zeigt die Realisierung des physikalischen Mathematisierungsmodells. (vgl. Uhden, 2012)

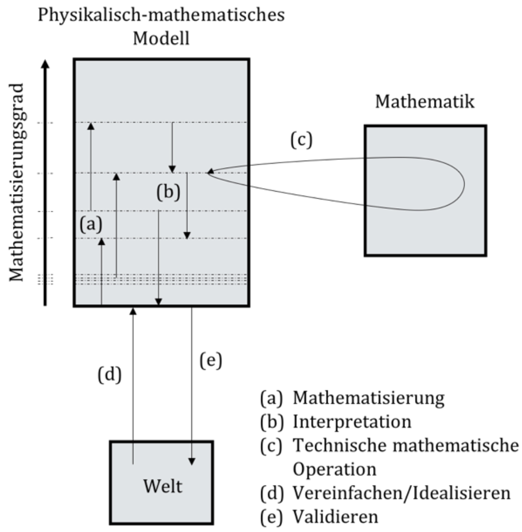

Abb. 3 – Physikalisches Mathematisierungsmodell (vgl. Uhden, 2012)

Es enthält einen mathematischen und einen physikalisch-mathematischen Bereich. Die Höhe des Rechtecks ist ein Maß für die Mathematisierung und jedes eingezeichnete Niveau in dem Rechteck zeigt einen Mathematisierungsgrad. Der große Unterschied zwischen den anderen Modellen ist, dass es kein rein physikalisches Modell gibt. Der Pfeil (a) innerhalb der Niveaus repräsentiert Übersetzungsprozesse. Im physikalisch-mathematischen Modell liegt die erste Aussage: *Je größer A, desto größer B* somit unterhalb der darauffolgenden Aussagen. Die letzte Aussage

$A = const \cdot B$ hat beispielsweise den höchsten Mathematisierungsgrad. Der Pfeil (b) in die entgegengesetzte Richtung bedeutet, dass hier Gleichungen interpretiert werden. Der Pfeil (c) in diesem Modell geht vom physikalisch-mathematischen Modell über in die reine Mathematik. Dort werden mathematische Techniken benötigt, um das Problem zu lösen. Es werden Algorithmen angewendet, Gleichungen gelöst und Berechnungen durchgeführt. Die letzten Pfeile (d) und (e) deuten auf die Verbindung zur Welt hin. Idealerweise wird zuerst ein rein qualitatives Modell ohne Mathematisierungsgrad analysiert. Informationen werden aussortiert. Die wichtigen Eigenschaften werden anschließend Schritt für Schritt mathematisiert. (vgl. Uhden 2012)

6 Schulaufgaben

In diesem Abschnitt werden typische Schulaufgaben aus Büchern oder digitalen Lernplattformen näher untersucht. Anschließend werden Verbesserungsmöglichkeiten vorgeschlagen und auch alternative Schulaufgaben gezeigt.

6.1 Analyse klassischer Schulaufgaben

Im Nachfolgenden werden klassische Schulaufgaben anhand des physikalischen Mathematisierungsmodells analysiert und bewertet.

Aufgabe Brunnentiefe

„Um die Tiefe eines Brunnens zu ermitteln, wird ein Stein vom Brunnenrand aus fallen gelassen. Nach drei Sekunden hört man, wie der Stein aufschlägt. Wie tief ist der Brunnen?“ (Uhden, 2012)

Aufgabe Straßenüberquerung

„Eine 10 m breite Fahrbahn mit Mittelstreifen soll in normalem Schritttempo (4 km/h) von links nach rechts überquert werden. Als Höchstgeschwindigkeit für Fahrzeuge sind 80 km/h erlaubt.
a) Wie weit müssen die ankommenden Fahrzeuge auf der linken Seite (vordere Fahrspur) und wie weit die auf der rechten Seite (Fahrspur jenseits des Mittelstreifens) mindestens entfernt sein, damit ein gefahrloses Überqueren der Fahrbahn für einen Fußgänger möglich ist?
b) Berechne den Fall auch für einen älteren Menschen, der nur mit 2,5 km/h gehen kann.“ (Uhden, 2012)

Aufgabe Bremsweg

„Ein Kraftfahrer fährt mit einer Geschwindigkeit von 45 km/h, erkennt ein Hindernis und bremst. Seine Reaktionszeit ist 0,8 s, die Bremsverzögerung 4 m/s². Berechnen Sie den gesamten Weg bis zum Stillstand des Fahrzeuges.“ (Beuche, Stand 2018)

Aufgabe Fernleitung

„Betrachte ein Kraftwerk mittlerer Leistung (P = 100 MW). Die Energieübertragung soll auf einer Entfernung von 150 km mit einer Aluminiumleitung vom Querschnitt A = 3 cm² erfolgen. Berechne aus der Gesamtlänge l = 300 km der Hin- und Rückleitung und dem spezifischen Widerstand von Aluminium, $\rho = 3 \cdot 10^{-8}\ \Omega$m den Leitungswiderstand der Fernleitung. Vergleiche bei zwei verschiedenen Spannungen (U = 110 kV, U = 280 kV) die Verslustleistung in der Fernleitung relativ zur gesamten Leistung von 100 MW. Welchen Schluss ziehst du aus deinem Ergebnis?“ (Sexl, et al. 2012)

Aufgabe Berechnung der Haardicke

„Flexon möchte die Dicke h eines Frauenhaares ausmessen und legt dies vorsichtig zwischen zwei dicke planparallele Glasplatten. Bei der Bestrahlung mit monochromatischem, parallelem Licht stellt sich in Reflexion das nebenstehend skizzierte Interferenzmuster ein. Flexon misst für a = 1,50 cm.
a) Drucken Sie die obige Skizze aus und ergänzen Sie den Verlauf derjenigen Strahlen, die für die Interferenz infrage kommen. Begründen Sie, warum Sie gerade diese Strahlen auswählen. Hinweis: Überlegen Sie, welche Grenzfläche relevant für die Bestimmung des Gangunterschieds ist. Beachten Sie, wann bei Reflexion an Grenzflächen Phasensprünge auftreten.
b) Berechnen Sie aus λ = 600 nm und L = 10,0 cm die Dicke des Haares.“ (Joachim Herz Stiftung, Stand 2018)

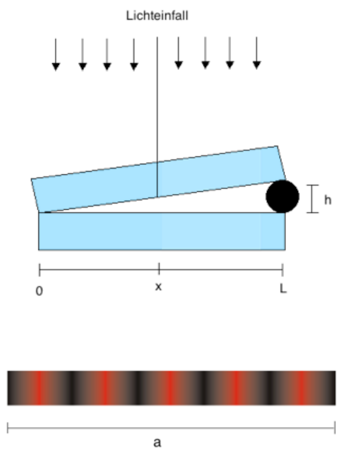

Abb. 4 – Aufgabe Berechnung der Haardicke (vgl. Joachim Herz Stiftung, Stand 2018)

Es gibt einige Unterschiede zwischen den Aufgaben. Bei der Aufgabe Brunnentiefe handelt es sich klar um einen Messvorgang, denn es wird die verstrichene Zeit gemessen, bis der Stein auf den Boden aufschlägt. Das Ziel der Aufgabe ist in der Aufgabenstellung selbst und am Ende in einer Frage formuliert. Die Aufgabe Straßenüberquerung spiegelt eine Situationsbeschreibung wieder. Das Ziel ist am Ende in einer Frage formuliert. (vgl. Uhden, 2012)

Die Aufgabe Bremsweg beschreibt ebenfalls eine Situation. Anders, wie bei den beiden vorherigen Aufgaben, wurde das Ziel am Ende in einer Aufforderung formuliert. Dabei wurde die Höflichkeitsform verwendet. Das Ziel der Aufgabe Fernleitung wurde mit zwei Aufforderungen und einer abschließenden Frage formuliert. Bei dieser Aufgabe wurde nicht die Höflichkeitsform verwendet. Die Aufgabe Berechnung der Haardicke gibt ein Experiment wieder. Auch hier wurde das Ziel am Ende als Aufforderung formuliert. Die Aufforderung selbst ist wieder in der Höflichkeitsform gegeben. Alle Aufgaben, ausgenommen die erste Aufgabe, verwenden explizit angegebene Zahlen. Lediglich bei der ersten Aufgabe Brunnentiefe wurden die Zahlen ausgeschrieben.

Diese formalen Unterschiede wirken sich laut Uhden aber nicht besonders auf den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler aus. Solche Unterschiede könnten sich lediglich auf die Motivation auswirken. Diese Aufgaben haben auf dem ersten Blick wenig gemeinsam. Bei näherer Betrachtung kann aber festgestellt werden, dass es sich um ein Gegeben-Gesucht-Schema handelt. Bei den Aufgaben sind Zahlenwerte gegeben. Die gesuchte physikalische Größe wurde innerhalb der Frage genannt. Somit werden die meisten Schülerinnen und Schüler nach einem Schema zur Bearbeitung der Aufgaben vorgehen. (vgl. Uhden, 2012)

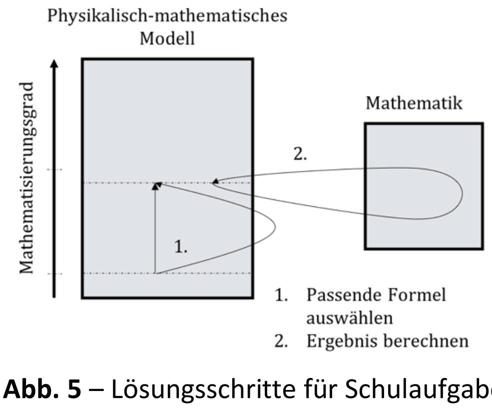

Abb. 5 – Lösungsschritte für Schulaufgaben (vgl. Uhden, 2012)

Das Schema kann kurz in zwei Schritten erklärt werden: Auffinden von einer oder mehreren Formeln und anschließend das Berechnen der gesuchten Größe. Der Fokus liegt dabei auf dem Rechenaspekt und die physikalische Situation wird vernachlässigt. Diese Beispiele sind wenig authentisch und wirken eingekleidet, das heißt, dass sie keinen Realitätsbezug herstellen, da schon die wichtigsten physikalischen Größen angegeben werden. Die Mathematisierung wird nicht begründet und das Ergebnis auch nicht interpretiert oder validiert. Es werden bei diesem Schema weder Fähigkeiten zur Modellbildung erweitert noch strukturelle Fertigkeiten verbessert. Die meisten Aufgaben dieser Art lassen wenig Spielraum für individuelle und alternative Lösungswege. In Abbildung 5 kann gesehen werden, dass diese Aufgaben bereits auf einem gewissen Grad der Mathematisierung begonnen werden, da bereits Eigenschaften, wie Geschwindigkeit und Beschleunigung, gegeben sind. Die reale Welt wird hier nicht berücksichtig. (vgl. Uhden, 2012)

Da die Aufgabe Berechnung der Haardicke anspruchsvoller ist, als die bisher genannten Aufgaben, wurden auch mehrere Hilfestellungen gegeben. Zum einen wurden Hinweise direkt angegeben und zum anderen in Form von Skizzen verpackt. Lediglich die Aufforderung a) dieses Beispiels wiederspricht dem Gegeben-Gesucht-Schema. Von den Schülerinnen und Schülern wird eine Begründung für ihr Handeln verlangt.

6.2 Mögliche Verbesserung der Schulaufgaben

Es folgen Verbesserungsvorschläge, um die oben erwähnten Aufgaben mehr dem physikalisch-mathematischen Modell anzupassen.

Verbesserte Aufgabe Brunnentiefe

„Wie kann man mit einem Stein und einer Uhr die Tiefe eines Brunnens ermitteln? Führe auch eine Beispielrechnung mit realistischen Zahlenwerten durch.“ (vgl. Uhden, 2012)

Verbesserte Aufgabe Straßenüberquerung

„Du willst eine zweispurige Landstraße (eine Fahrspur in jede Richtung) in normalem Schritttempo überqueren. Wie weit müssen die fahrenden Autos, die von links kommen, mindestens von dir entfernt sein, um ein gefahrloses Überqueren der Straße zu ermöglichen?“ (Uhden, 2012)

Verbesserte Aufgabe Bremsweg

Du fährst mit dem Auto auf einer Autobahn. Welcher Abstand zum vorderen Auto ist mindestens nötig, um keinen Unfall zu verursachen, wenn der Fahrer oder die Fahrerin vor dir eine Vollbremsung macht?

Verbesserte Aufgabe Fernleitung

In der Sahara sollen Solarzellen installiert und in Betrieb genommen werden, um für Österreich Energie zu liefern. Ermittle mit einer realistischen Beispielrechnung den Verlust, der auf dieser Strecke entsteht. Ist das Vorhaben rentabel für Österreich?

Verbesserte Aufgabe Haardicke Berechnung

Wie kannst du mit Hilfe eines Lasers, zwei Glasplatten und einem Lineal die Dicke eines Haares bestimmen? Führe eine geeignete Beispielrechnung mit realistischen Zahlenwerten durch.

Alle Aufgaben beginnen in der realen Welt und nicht bereits bei einem bestimmten Grad der Mathematisierung, was in Abbildung 6 gesehen werden kann. Die Schülerinnen und Schüler müssen wichtige mathematisch-physikalische Größen abschätzen und abstrahieren. Diese Größen werden in Relation miteinander gesetzt. Anschließend wird das Problem mit mathematischen Hilfsmitteln gelöst und entsprechend interpretiert und validiert. Auffallend ist, dass keine Zahlenwerte in den Aufgaben angeben werden. (vgl. Uhden, 2012)

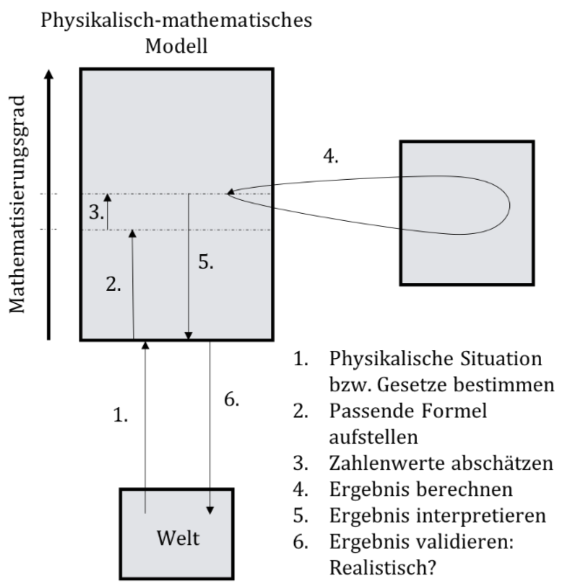

Abb. 6 – Lösungsschritte für verbesserte Schulaufgaben (vgl. Uhden, 2012)

Die Aufgabe Berechnung der Haardicke ist besonders geeignet, um gestufte Hilfestellungen zu geben. Nach erstmaligen Scheitern bekommen die Schüler und Schülerinnen den ersten Hinweis, falls sie die Aufgabe wieder nicht lösen können, bekommen sie einen weiteren Hinweis. Mögliche Hinweise wären Skizzen vom Versuchsaufbau oder in weiterer Folge Skizzen vom Sachverhalt mit eingezeichneten physikalischen Größen.

6.3 Alternative Schulaufgaben

Uhden geht noch weiter und schlägt einige alternative Schulaufgaben vor.

Aufgabe Formel aufstellen-Luftwiderstand

„Lässt man auf der Erde einen Körper fallen, muss man noch den Einfluss des Luftwiderstandes berücksichtigen. Dieser hat eine bremsende Wirkung, was man durch eine (negative) Beschleunigung a_{Luft} beschreibt. Du sollst die Gleichung für a_{Luft} aufstellen, wobei du auf folgendes Wissen zurückgreifen kannst: a_{Luft} ist proportional oder indirekt proportional zu...

- *ρ („Rho“): Dichte der Luft*
- *A: Querschnittsfläche des Körpers in Bewegungsrichtung*
- *m: Masse des Körpers*
- *v^2: Quadrat der Geschwindigkeit des Körpers*

Wie muss demnach die Gleichung für a_{Luft} aussehen?“ (Uhden, 2012)

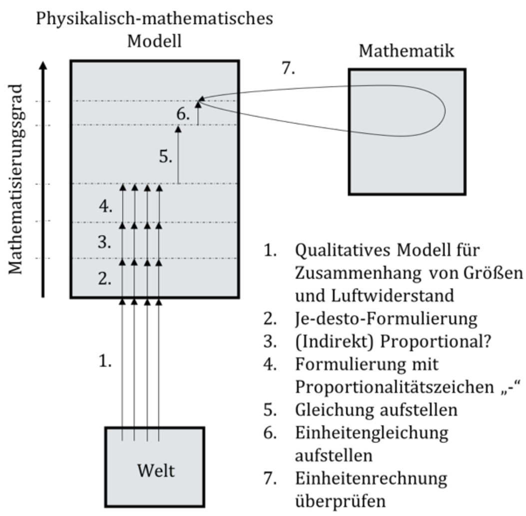

Abb. 7 – Lösungsschritte für Aufgabe Formel aufstellen-Luftwiderstand (vgl. Uhden, 2012)

Bei dieser Aufgabe wurde auf den Schwierigkeitsgrad eingegangen. Deshalb wurde Hilfestellung gegeben und die proportionalen Größen angeführt. Aus Abbildung 7 kann entnommen werden, dass die reale Welt berücksichtigt wird und es verschiedene Mathematisierungsgrade gibt. Die vier Pfeile zu Beginn, stehen für die Eigenschaften, die analysiert werden sollen. Anschließend werden diese in einer Gleichung zusammengefügt. Um den Schwierigkeitsgrad zu maximieren, können die Größen weggelassen werden. Die Schülerinnen und Schüler können ihr

Ergebnis anschließend mit der Einheitenrechnung kontrollieren. Aber hier ist Vorsicht geboten, denn mit der Einheitenrechnung kann wieder „geschummelt“ werden. Dabei müssen die Schülerinnen und Schüler lediglich die Einheiten der gegebenen Größen so in Beziehung setzen, damit sich durch geschickte Kürzung und Vereinfachung die Einheit des Ergebnisses ergibt. Die Einheiten werden anschließend mit den dazugehörigen Variablennamen getauscht und somit erhalten sie die fertige Formel, ohne sich Gedanken über die einzelnen Größen und deren physikalischen Zusammenhängen zu machen. (vgl. Uhden, 2012)

Aufgabe Formel interpretieren – Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

„Die Formel für den zurückgelegten Weg bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung lautet: $s(t) = ½\, at^2 + v_0t + s_0$.
a) Erkläre, welche physikalische Bedeutung die einzelnen Summanden ($½at^2$ bzw. v_0t bzw. s_0) haben.
b) Entscheide, welcher der Summanden zu welchen Zeiten den größten Einfluss auf die zurückgelegte Strecke hat.“ (Uhden, 2012)

Aus Abbildung 8 kann entnommen werden, dass die reale Welt außer Acht gelassen wird. Dafür werden verschieden Stufen der Mathematisierung realisiert, was zu einem vertieften Verständnis der Gleichung führt. (vgl. Uhden, 2012)

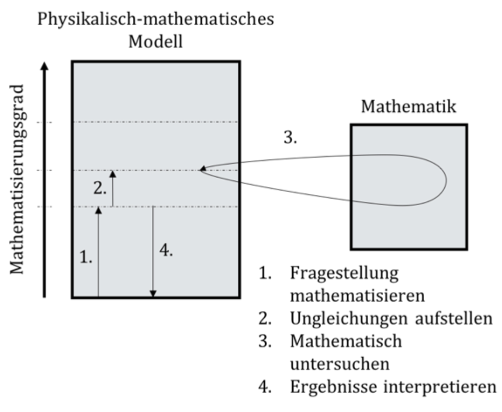

Abb. 8 – Lösungsschritte für verbesserte Schulaufgaben (vgl. Uhden, 2012)

Bei der ersten Aufgabe sollten die Schülerinnen und Schüler in der Lage sein zu erkennen, dass jeder einzelne Summand einen Beitrag zur Gesamtstrecke liefert. Der erste Beitrag entsteht aufgrund der Beschleunigung. In der Mitte befindet sich der Beitrag der gleichförmigen Bewegung und der dritte Term repräsentiert den Anfangsort. Die Antwort der zweiten Frage ist nicht auf den ersten Blick zu erkennen. Die Schülerinnen und Schüler müssen hier erkennen, welcher Term zu welcher Zeit den größten Einfluss auf die Gesamtstrecke hat. Die einzelnen Terme können mit Hilfe von Ungleichungen miteinander verglichen werden. Ein Beispiel könnte sein: Für welches t wäre, die unten angeführte Ungleichung, erfüllt?

$$v_0t > s_0$$

Die Terme müssten anschließend nur noch umgeformt werden. Andere korrekte Lösungswege sind auch erwünscht. (vgl. Uhden, 2012)

7 Fermi-Aufgaben

Ähnlich zu den Aufgabenformaten nach Uhden, sind Fermi-Aufgaben. Es handelt sich hierbei um offene Fragestellungen. Diese Fragestellungen finden sich unmittelbar in der Umwelt der Schülerinnen und Schüler wieder. Auch bei der Analyse der Fragestellung fällt auf, dass kein Grad der Mathematisierung vorhanden ist. Die Aufgaben wurden von dem Physiker Enrico Fermi entwickelt, um seine Studierenden den Umgang mit Schätzungen nahezuliegen. Aufgabenformate wie diese regen dabei kreative Denkprozesse an. Analog zu den Aufgabenformaten nach Uhden, bieten auch diese Aufgaben individuelle Lösungswege an. (vgl. Bronner, Stand 2018)

7.1 Beispiele zu Fermi-Aufgaben

Im Nachfolgenden werden zwei Beispiele zu Fermi-Aufgaben gezeigt und näher untersucht.

Aufgabe Cheops-Pyramide

Wie viele Arbeiter erbauten die Cheops-Pyramide?“ (Schecker, 2010)

Anhand von dieser einfach gestellten Frage kann gezeigt werden, wie viel physikalisches Wissen die Schülerinnen und Schüler benötigen, um diese Fragen möglichst präzise zu beantworten. Zu Beginn können sich Schülerinnen und Schüler die Frage stellen, wie viele Steinblöcke pro Tag herangeschafft werden müssen. Zudem sollte abgeschätzt werden, wie viele Arbeiter pro Lastschlitten benötigt werden und wie schnell dieser gezogen werden kann. Vielleicht sind sogar mehrere Schlittenteams gleichzeitig unterwegs. Bei der Ermittlung der Geschwindigkeit des Schlittens muss darauf geachtet werden, ob die Arbeiter auf dem Weg vom Steinbruch zur Pyramide sind oder die Rampe zur Pyramide hinauf müssen, da sich die beiden Geschwindigkeiten voneinander unterscheiden können. Nach diesen Überlegungen werden erste Abschätzungen der Masse von der Pyramide und der Steinblöcke getätigt. Anschließend wird geschätzt, wie viele Stunden die Arbeiter pro Tag unterwegs sind und wie viele Tage sie im Jahr arbeiten, da es in manchen Teilen des Jahres zu Überschwemmungen kommen kann. Durch die Abschätzung der Gleitreibungskraft, der Arbeit, und der Dauerleistung eines Menschen, kann die Geschwindigkeit eines Schlittens und die Anzahl der Schlittenteams bis zum Fuß der Pyramide berechnet werden. Abschließend kann noch ermittelt werden, wie viele Teams sich auf der Rampe mit einer bestimmten Steigung befinden und welche Länge diese Rampe hat. (vgl. Schecker, 2010) Für Interessierte, eine genaue Ausarbeitung der Frage: https://www.tu-braunschweig.de/Medien-DB/ifdn-physik/pyramidenaufsatz-bs.pdf (Stand 21.02.2018)

Da diese Frage sehr viel physikalisches Wissen fordert, ist sie auch eher für Schülerinnen und Schüler geeignet, die über ein breites physikalisches Fachwissen verfügen. Die Aufgabenstellung kann aber auch im Plenum gemeinsam erarbeitet werden. Bei Gruppenarbeiten ist sicher der Vergleich der einzelnen Lösungen und Lösungsweg der verschiedenen Gruppen interessant. Diese können im Zuge von Kurzvorträgen vorgestellt werden.

Aufgabe Solarkraftwerk

„Könnte man den Energiebedarf von Wien im Sommer tagsüber durch Solarkraftwerke abdecken?“ (Schecker, 2010)

In dieser Fragestellung können bereits mehrere physikalische Elemente gefunden werden. Aber hier kann nicht nur der physikalische, sondern auch der umweltbezogene Aspekt betrachtet werden. Es kann darüber diskutiert werden, welche Vorteile und Nachteile Solarkraftwerke mit sich bringen, ob es noch andere erneuerbare Energieformen gibt und ob es bereits möglich sei, das Land nur durch diese zu versorgen.

Durch diese Art von Aufgaben lernen Schülerinnen und Schüler ein Konzept, wie sie bei der Bearbeitung von Problemen vorgehen können. Sie müssen in der Lage sein ihr Alltagswissen zu nutzen und ein Modell aus diesem zu generieren. Wieder spielt hier die Mathematisierung eine große Rolle. Schülerinnen und Schüler lernen mit großen Zahlen zu arbeiten und Überschlagsrechnungen durchzuführen. Ergebnisse werden im Anschluss überprüft und bewertet. Somit erlernen sie wichtige Kontroll- und Bewertungsstrategien. (vgl. Schecker, 2010)

8 Einbettung der Aufgaben in das Kompetenzmodell

Die Abbildung 9 zeigt das Kompetenzmodell für die 8. Schulstufe und wurde vom Bundesministerium für Bildung und Frauen herausgegeben. Dieses Modell ist nicht nur eine Richtlinie für Zielsetzungen im Physikunterricht, sondern soll auch bei der Konzipierung der Maturaaufgaben verwendet werden. Das Kompetenzmodell beinhaltet die inhaltliche Dimension, welche durch den Lehrplan definiert wird. Des Weiteren enthält das Modell Handlungskompetenzen, die Schülerinnen und Schüler während der Oberstufe erwerben sollen und es beinhaltet zudem das Anforderungsniveau. Die Handlungskompetenz wird in drei unterschiedliche Kategorien gegliedert.

- W: Wissen organisieren: Aneignen, Darstellen und Kommunizieren
- E: Erkenntnis gewinnen: Fragen, Untersuchen, Interpretieren
- S: Schlüsse ziehen: Bewerten, Entscheiden, Handeln

Um es noch einmal anders zu formulieren, steht W für das innerphysikalische Fachwissen, E für die Generierung physikalischen Fachwissens und S für hinausgehende innerphysikalische Zusammenhänge. Damit die Matura mit Genügend bewertet werden kann, ist es notwendig, dass das Anforderungsniveau der Schülerinnen und Schüler über das Niveau 1 hinausragt. Dabei ist Niveau 1 das reproduzierbare Handeln, Niveau 2 eine Kombination aus reproduzierbarem und selbstständigem Handeln und Niveau 3 weitgehend selbständiges Handeln. (vgl. Bundesministerium für Bildung und Frauen, 2012)

Die Aufgabeformate von Uhden und Fermi beinhalten alle drei Handlungskompetenzen (siehe Abb. 8), da zu Beginn das Wissen generiert werden muss, welches die Schülerinnen und Schüler zum Bearbeiten der Aufgabe benötigen. Die Fragestellung wird bearbeitet. Im Anschluss muss das Ergebnis interpretiert und untersucht werden. Durch die Möglichkeit, dass diese Art von Aufgaben individuelle Lösungswege zulassen wird auch das Anforderungsniveau 3 sehr stark gefördert.

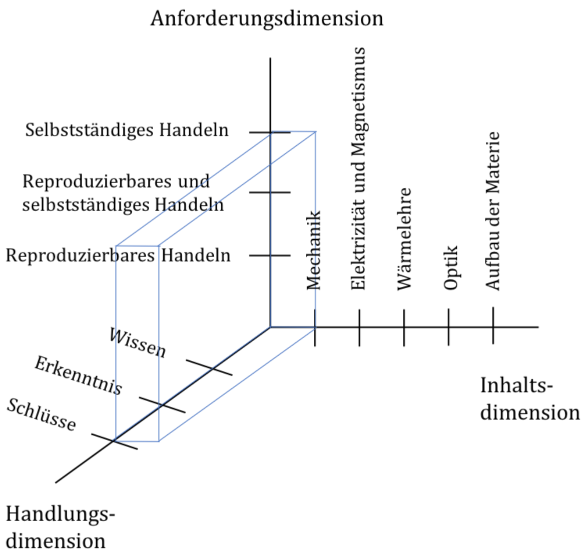

Abb. 9 – Kompetenzmodell mit erreichtem Bereich für Aufgaben nach Uhden und Fermi (vgl. Bundesministerium für Bildung und Frauen, 2012)

9 Zusammenfassung

Mathematisierung ist der Übersetzungsprozess zwischen der physikalischen Bedeutung und den mathematischen Strukturen. Wenn sich Schülerinnen und Schüler intensiv mit mathematischen Strukturen und Modellen auseinandersetzen, lernen sie, welche wichtige Rolle die Mathematik in der Physik spielt und wie sie die Mathematik nutzen können, um die Physik besser zu verstehen. Lehrpersonen sind gefordert, ihre Aufgaben anzupassen oder möglicherweise neu zu formulieren. Diese Aufgaben stellen somit auch eine Art der Differenzierung im Unterricht dar, da jede Schülerin und jeder Schüler die Möglichkeit hat, eigene Lösungswege zu finden.

10 Literatur

Bronner, P. Fermi Aufgaben. http://primas.ph-freiburg.de/materialien/nationale-materialsammlung/mathematik/166-fermi-aufgaben (18.02.2018)

Bundesministerium für Bildung (2017). AHS-Oberstufe Lehrpläne neu: Physik. https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_neu_ahs_10_11862.pdf?61ebyx (18.02.2018)

Bundesministerium für Bildung und Frauen (2012). Die kompetenzorientierte Reifeprüfung. Physik. Richtlinien und Beispiele für Themenpool und Prüfungsaufgaben. https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung_ahs_lfph.pdf?6aanmi (18.02.2018)

Diewald, K. (2017). Einsatz mathematischer Methoden im Physikunterricht – eine Lehrerbefragung. Salzburg.

Hinrichs, G. (2008). Modellierung im Mathematikunterricht. Springer-Verlag Berlin. Heidelberg.

HTL (2015). HTL-Lehrplan: Höhere Lehranstalt für Elektronik und technische Informatik-Allgemeine Bestimmungen. http://www.htl.at/fileadmin/content/Lehrplan/HTL_Anlage1.pdf (18.02.2018)

Joachim Herz Stiftung. Dicke eines Frauenhaars. Hamburg. https://www.leifiphysik.de/optik/beugung-und-interferenz/aufgabe/dicke-eines-frauenhaares (22.04.2018)

Lind, G. (1992). Physik im Lehrbuch 1700-1850. Zur Geschichte der Physik und ihrer Didaktik in Deutschland. Springer-Verlag Berlin. Heidelberg.

Schecker, H. (2010). Neue „Aufgabenkultur“ für den Physikunterricht. Neue Aufgaben? Oder neue Kultur? Bremen. http://www.idn.uni-bremen.de/pubs/Folien_Workshop_Schecker_Wien_2S.pdf (18.02.2018)

Sexl, R. Kühnelt, H. Stadler, H. Jakesch, P. Sattlberger, E. (2012). Sexl Physik 7. Für die 7. Und 8. Klasse der allgemein bildenden höheren Schule (1. Teil). Österreichischer Bundesverlag Schulbuch. Wien.

Strater, S. Dautfest, J. (2012). Modellieren. Was ist Modellierung? Darmstadt. https://wwwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/amustud/amu_stud_website/black-jack/Projekt/Hilfesystem/Modellieren.html (18.02.2018)

Uhden, O. (2012). Mathematisches Denken im Physikunterricht. Theorieentwicklung und Problemanalyse. Berlin.